Concours d'Admission Alternance
CentraleSupélec 2019

Examen écrit d'IE

Examen en deux parties. Rendre son travail sur deux copies séparées.

Il est conseillé de ne pas passer plus d'1h00 sur chacune des parties.

Cet énoncé comporte 4 pages

A. Exercices d'Electrotechnique

Nous allons étudier la charge d'un moteur à courant continu à partir d'une alimentation continue de 48V. Ce moteur étant situé à une certaine distance, il faut considérer les pertes en ligne du réseau (R=10Ω, L=10mH, f=50Hz), la correction de son facteur de puissance (C=100µF), ainsi que le redressement pour alimenter le moteur. Le schéma électrique jusqu'au redresseur est le suivant (**Erreur ! Référence non valide pour un signet.**Figure 1).

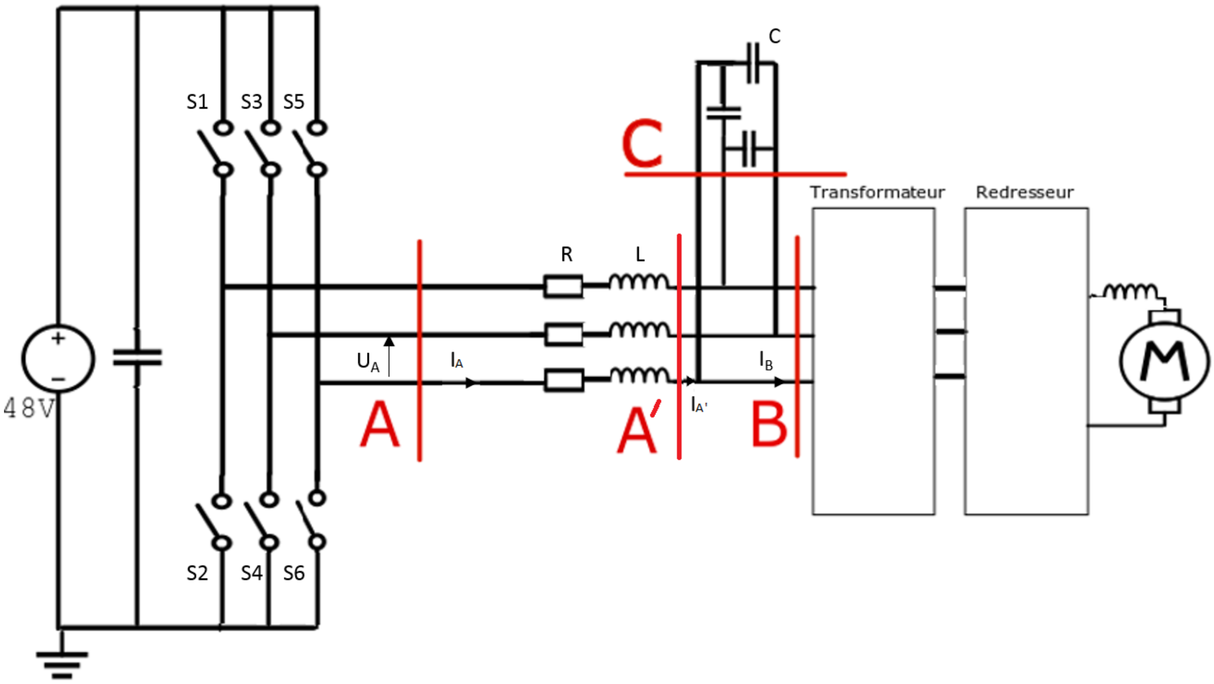


Figure 1: Schéma électrique d'une alimentation de MCC par une source continue à distance

A.1. Les interrupteurs S1/S3/S5 sont déphasés de 2π/3 et en opposition de phase avec les interrupteurs S2/S4/S6. Ils sont commandés avec un signal PWM de rapport cyclique de 0,5 et de période de T=20ms . Représentez la tension U_A en sortie du pont de diode ?

A.2. En considérant pour la suite une tension sinusoïdale U_A d'amplitude 48V déterminez $I_{A'}$?

A.3. On veut éviter un échauffement dans l'onduleur au-delà de 150°C, dimensionnez la résistance des radiateurs nécessaires à partir (On donne une résistance interne des interrupteurs de 0,5 Ω, une résistance thermique jonction/fond de boitier R_{th1}=0,7 °C/W, une résistance thermique fond de boitier/radiateur R_{th2}= 0.1 °C/W et une température ambiante de T_A=30 °C)

A.4. Déterminez les puissances consommées par les charges au plan C ?

A.5. Déterminez les différentes puissances électriques et le facteur de puissance aux bornes du transformateur, au plan B?

Nous considérons maintenant le transformateur sous la forme d'un transformateur monophasé, avec une tension V1 parfaitement sinusoïdale d'amplitude V1=48V, et avec S=300VA, n=10, μ_R=2000, $\mu o=4\pi e^{-7}$, l_e=50mm, S=3mm^2

A.6. Que vaut le courant au secondaire I2 ?

A.7. Déterminez le flux dans le circuit magnétique du transformateur ?

A.8. Proposer un modèle théorique équivalent du transformateur ?

Un redresseur alimente une MCC avec une tension de 50V. La MCC a les caractéristiques suivantes : R_{induit}=0,1 Ω, If=1,5A, k=0,2

A.9. Déterminez le courant alimentant l'induit de la MCC pour obtenir une vitesse Ω=1500 tr/min

A.10. Si le rendement du moteur est de 80%, déterminez le couple du moteur

A.11. Quelles sont les pertes restantes (les nommer) et déterminer leur somme

---

Attention : penser à changer de copie !!!!

B. Exercices d'Electronique

Les interrupteurs sont conçus avec une nouvelle technologie de transistor à effet de champ (FET). La tension de seuil des transistors (V_{th}) est de 3.5 V, et la tension maximale entre source et drain est de 50 V. Sa transconductance ($\mu_n C_{ox}$) est estimée à 100 mA/V^2.

B.1. En sachant que ce transistor fonctionne en zone ohmique selon l'équation non linéaire

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}\left[(V_{GS} - V_{th}) \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$$

Quelle sera l'expression littérale de sa résistance quand il est passant ($r_{on} = dI_{DS}/dV_{DS}$) ? Assumer $V_{DS} \ll V_{GS}$.

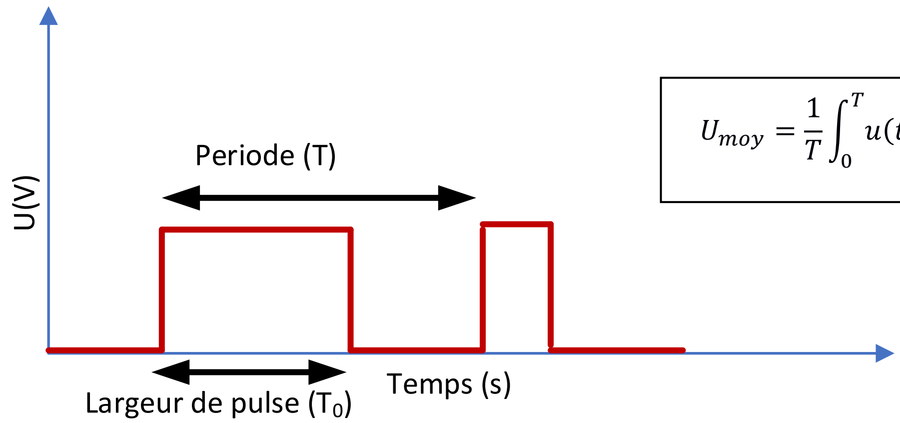
B.2. Les interrupteurs sont actionnés avec une tension de grille $V_G = 15\,V$. Dimensionner les interrupteurs (*W/L*) pour que la condition soit valide $r_{on} \ll R$ (voir exercice **A.3**). Justifiez vos hypothèses.

B.3. Vérifier l'hypothèse $V_{DS} \ll V_{GS}$ de la question **B.1** avec les résultats numériques obtenus en **A.2** et **B.2**

Le signal de commande PWM est généré par un circuit de logique programmable (FPGA) qui fonctionne avec une horloge à 1 MHz, stable avec rapport cyclique de 0,5, et qui produit des niveau logique '1' avec une alimentation de 5V. Les interrupteurs sont commandés par des signaux binaires S1, S2, S3, S4, S5, S6

B.4. Proposer une machine à état à implémenter sur FPGA pour générer les signaux binaires selon le déphasage et la période requise en **A.1**. Être claire en présentant diagramme d'état, de temps fonctionnels et/ou implémentation en HDL (pseudo-code accepté).

La tension moyenne qui commande le moteur à courant continue dépend alors du rapport cyclique $\alpha = \frac{T_0}{T} = 0{,}5$ (fixe en A1). Le modifier (voir définition en figure 2) est une solution économique pour contrôler et faire varier la vitesse qui est en fonction de U_{moy}. Cela permet aussi une amélioration considérable du rendement énergétique du moteur.



$$U_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt = U_{max} \cdot \frac{T_0}{T}$$

Figure 2: Diagramme de temps pour un rapport cyclique variable

B.5. Faire évoluer la machine à état de la question B.4 pour tenir compte d'un rapport cyclique commandé par la variable α qui devient alors une entrée de la machine à état.

B.6. Combien de bits sont nécessaire pour coder α avec la plus fine résolution possible sur la FPGA disponible. Quelle est la valeur de α_{min} dans ce cas ?

Un capteur de vitesse est installé sur le moteur pour pouvoir implémenter une loi de commande capable de modifier le rapport cyclique de manière dynamique. Ce capteur fournit une tension sinusoïdale proportionnel à la vitesse comme l'indique la loi suivante $V_e = \beta v_{moteur}$. Les valeurs maximales et minimales de V_e sont limitées par l'alimentation du moteur soit 48 V. Ceci n'est pas compatible avec les niveaux logiques à 5V de la FPGA. Pour pouvoir interfacer le capteur au circuit numérique, un circuit analogique de mise-en-forme (figure 3) est nécessaire. Les tensions d'alimentation sont V_{CC} = 5V. L'amplificateur opérationnel est supposé en mode linéaire et parfait (idéal). Les diodes sont supposées idéal et parfait ($V_d = 0.1\ V\ et\ r_d = 0\ \Omega$). On supposera également que le courant de sortie est négligeable.

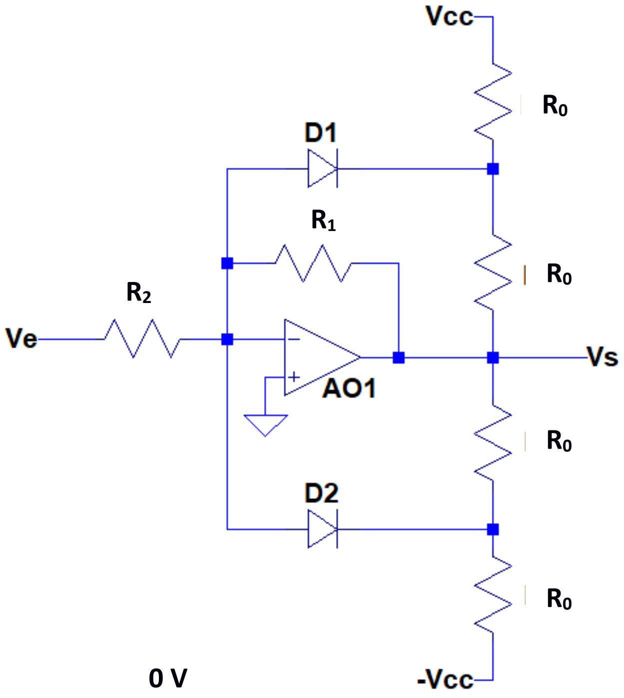


Figure 2: Schéma du circuit analogique de mise-en-forme

B.7. Quel indice permet de justifier l'hypothèse du mode linéaire pour l'AO ?

B.8. Déterminer l'expression du gain, en fonction de R_1 et R_2 quand les deux diodes sont bloquées. Choisir une valeur de R_1 et R_2 qui permet de limiter les 48 V max à 4,8 V environ.

B.9. Déterminer la condition sur la valeur de V_e pour que D_1 devienne passante. Même chose pour D_2.

B.10. Exprimer en fonction de R_0 et R_1 la pente de la caractéristique de transfert $V_s = f(V_e)$ quand l'une des diodes est passante. Dimensionner ces résistances pour obtenir un rapport de mise-en-forme de 0,1 (c'est-à-dire si V_e = 10 V donc V_s = 1 V).

B.11. Tracer la caractéristique complète du circuit prenant en compte les résultats numériques des questions précédentes (sans prendre en compte la saturation de l'AO).

Juin 2018

Épreuve écrite de Mathématiques
Admission voie DUT

2 heures

Les documents et appareils électroniques sont interdits.

La qualité de la rédaction est un élément important pour l'évaluation.

Chaque affirmation doit être justifiée par une démonstration. Les 5 exercices sont indépendants.

Exercice 1

Q. 1.1 Justifier l'existence de l'intégrale

$$\mathrm{I} = \int_{\mathbb{R}} e^{-x^2} \mathrm{d}x.$$

Q. 1.2 Calculer la valeur de l'intégrale I.

Exercice 2

On définit $f_n : x \in [0,1] \mapsto x^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Q. 2.1 Pour tout $x \in [0,1]$, calculer la limite de $f_n(x)$ quand n tend vers $+\infty$. On notera cette limite $f(x)$.

Q. 2.2 La fonction f obtenue est-elle continue sur $[0,1]$?

Soient $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de fonctions à valeurs réelles définies et continues sur $[0,1]$ et g une fonction à valeurs réelles définie sur $[0,1]$ et qui satisfont à la propriété : pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un entier N_ε tel que, pour tout n plus grand que N_ε,

$$\max_{x\in[0,1]} |g_n(x) - g(x)| \leq \varepsilon.$$

Q. 2.3 Montrer que la fonction g est continue.

Q. 2.4 Montrer que la fonction f obtenue en Q. 2.1 est continue sur $[0,a]$, si $0 < a < 1$.

Exercice 3

Q. 3.1 Etudier l'indépendance linéaire des familles suivantes :

1.
$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2. $f_n : x \mapsto (\sin(x))^n$, $n \in \{1,2,3\}$

3. $(x \mapsto (\sin(x))^n), (x \mapsto (\cos(x))^n)$, $n \in \{1,\dots,4\}$.

Q. 3.2 Soit $f_i : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $i \in \{1,2,3\}$ une famille de fonctions. On pose

$$\begin{aligned} \mathrm{A} : \mathbb{C}^3 &\longrightarrow \mathscr{M}_3(\mathbb{C}) \\ (x_1, x_2, x_3) &\longmapsto (f_i(x_j))_{1 \leq i,j \leq 3} \end{aligned}$$

Trouver une condition nécessaire et suffisante sur la fonction déterminant de A, det(A), pour que la famille $(f_i)_{1 \leq i \leq 3}$ soit libre.

Exercice 4

Soit la matrice

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

Q. 4.1 La matrice A est-elle inversible ?

Q. 4.2 Calculer les valeurs propres de A et des vecteurs propres associés.

Q. 4.3 La matrice A est-elle diagonalisable ?

Exercice 5

Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi de Poisson de paramètre λ. Soit Y définie par

$$\mathrm{Y} = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{X}}{2} & \text{si X est paire} \\ 0 & \text{si X est impaire} \end{cases}$$

Q. 5.1 Déterminer la loi de Y.

Q. 5.2 Calculer l'espérance et la variance de Y.

CentraleSupélec

Juin 2019

Épreuve écrite de Mathématiques
Admission voie DUT

2 heures

Les documents et appareils électroniques sont interdits.

La qualité de la rédaction est un élément important pour l'évaluation.
Chaque affirmation doit être justifiée par une démonstration. Les exercices sont indépendants.

Exercice 1

Q. 1.1 Soit n un entier positif. Justifier l'existence de l'intégrale

$$\mathrm{I}_n = \int_{\mathbb{R}} \frac{x^{2n}}{e^{x^2}} \mathrm{d}x.$$

Q. 1.2 Calculer la valeur de l'intégrale I_0.

Q. 1.3 Calculer la valeur de l'intégrale I_1.

Exercice 2

Pour $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombres réels, pour n un entier positif, on note $\sum_{k=0}^{n} a_k = a_0 + a_1 + \ldots + a_n$.
On définit $f_n : x \in [0,1] \mapsto x^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Q. 2.1 Pour tout $x \in [0,1]$, calculer la limite de $\sum_{k=0}^{n} f_k(x)$ quand n tend vers $+\infty$. On notera cette limite $\varphi(x)$.

Q. 2.2 La fonction f obtenue est-elle continue sur $[0,1]$?

Soient $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de fonctions à valeurs réelles définies et continues sur $[0,1]$ et qui satisfait à la propriété : il existe un réel positif M tel que

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} \max_{x\in[0,1]} |g_k(x)| \leq \mathrm{M}.$$

Q. 2.3 Soit n un entier positif. Montrer que la fonction $x \mapsto \sum_{k=0}^{n} g_k(x)$ est définie pour tout $x \in [0,1]$ et continue sur $[0,1]$.

Q. 2.4 Montrer que la fonction $x \mapsto \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} g_k(x)$ est définie pour tout $x \in [0,1]$. On la notera σ.

On admettra que σ est continue sur $[0,1]$.

Q. 2.5 Montrer que la fonction φ obtenue en Q. 2.1 est continue sur $[0,a]$, si $0 < a < 1$.

Exercice 3

Dans cet exercice, n est un entier positif.

Q. 3.1 Etudier l'indépendance linéaire :

1. des vecteurs

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. de la famille de fonctions $(f_i)_{1 \le i \le n}$ définies par :
   pour tout $i \in \{1, \ldots, n\}$, $f_i : x \mapsto |x - a_i|$, $a_1, \ldots, a_n$ étant des réels distincts.

Soient a, b, c trois nombres complexes. Soit $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix}$.

Q. 3.2 Donner une condition nécessaire et suffisante sur a, b et c pour que A soit inversible.

Q. 3.3 Donner une condition nécessaire et suffisante sur a, b et c pour que A soit diagonalisable.

Exercice 4

Calculer les limites suivantes :

Q. 4.1

$$\lim_{x \to 1} (3^x + 4^x - 6^x)^{\tan(\pi x/2)}$$

Q. 4.2

$$\lim_{x \to \pi/4,\ x < \pi/4} (\tan(x))^{\tan(2x)}$$